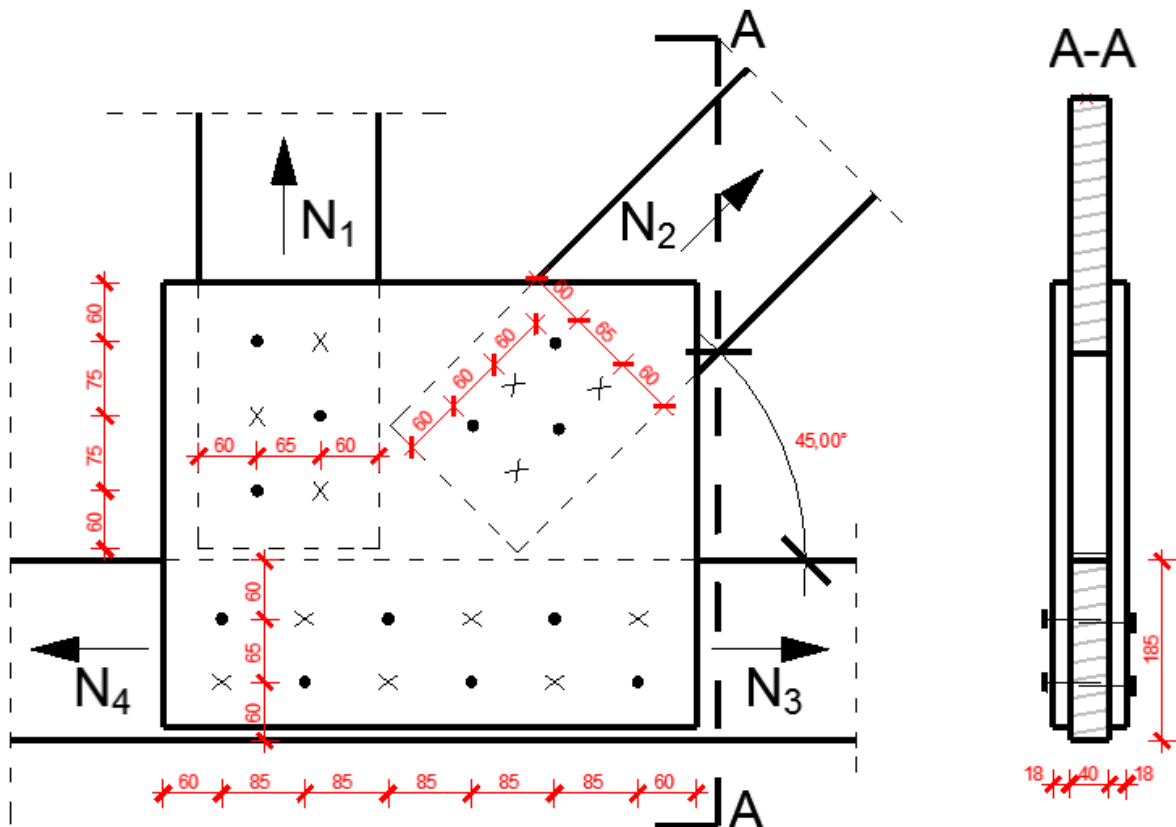


Przykład obliczenia połączenia w kratownicy drewnianej wykonanego za pomocą nakładek z sklejki iglastej gr. 18mm, łączonej na gwoździe zgodnie z Rys. 1.

Skróty:

EK5 – PN-EN 1995-1-1:2004+AC:2006+A1:2008

W parametrach wytrzymałościowych indeks dolny 1 jest dla elementów ze sklejki, natomiast 2 dla elementów z drewna litego.



Rys. 1. Schemat połączenia.

1. Zestawienie sił obliczeniowych działających na połączenie

$$N_1 = 2,1kN$$

$$N_2 = 2,9kN$$

$$N_3 = 23kN$$

$$N_4 = 18,3kN$$

2. Dane dla elementów w złączu:

$$t_1 = 18mm \text{ (grubość sklejki)}$$

$$t_2 = 40mm \text{ (grubość drewna)}$$

$$k_{mod} = 0,8 \text{ (dla obciążenia średiotrwalego i klasy użytkowania 2, wg Tablicy 3.1}$$

EK5)

$$\gamma_{M,1} = 1,2 \text{ (dla sklejki, wg Tablicy 2.3 EK5)}$$

$$\gamma_{M,2} = 1,3 \text{ (dla drewna litego, wg Tablicy 2.3 EK5)}$$

$$\gamma_{M,c} = 1,3 \text{ (dla połączeń, wg Tablicy 2.3 EK5)}$$

$$f_{c,0,k,1} = 19,7MPa$$

$$f_{t,90,k,1} = 6,2MPa$$

$$f_{c,0,k,2} = 27MPa$$

$$f_{t,0,k,1} = 11,8MPa$$

$$\rho_{k,1} = 460 \frac{kg}{m^3}$$

$$f_{t,0,k,2} = 27MPa$$

$$f_{c,90,k,1} = 10,3MPa$$

$$\rho_{k,2} = 440 \frac{kg}{m^3}$$

Wytrzymałości obliczeniowe elementów ze sklejki:

$$f_{c,0,d,1} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,0,d,1}}{\gamma_{M,1}} = 0,8 \cdot \frac{19,7MPa}{1,2} = 13,13MPa$$

Analogicznie pozostałe policzono:

$$f_{c,90,d,1} = 0,8 \cdot \frac{10,3MPa}{1,2} = 6,87MPa$$

$$f_{t,0,d,1} = 0,8 \cdot \frac{11,8MPa}{1,2} = 7,87MPa$$

$$f_{t,90,d,1} = 0,8 \cdot \frac{6,2MPa}{1,2} = 4,13MPa$$

Wytrzymałości obliczeniowe elementów z drewna litego:

$$f_{c,0,d,2} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c,0,d,2}}{\gamma_{M,2}} = 0,8 \cdot \frac{27MPa}{1,3} = 16,62MPa$$

Analogicznie obliczono drugą wytrzymałość:

$$f_{t,0,k,2} = 0,8 \cdot \frac{27MPa}{1,3} = 16,62MPa$$

3. Dobranie średnicy gwoździ i sposobu ich rozmieszczenia

Na podstawie punktu NA.8.4.1 EK5 (załącznik krajowy), złącze w elementach drewnianych złączy średnica gwoździa to:

$$d \in \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{11} \right) t_{\text{min}} = 1,64mm - 3mm$$

Dodatkowo w elementach ze sklejki o grubości ponad 8mm (NA.8.4.1 EK5):

Średnica gwoździa:

$$d = 2,5mm - 4mm$$

Ostatecznie przyjęto gwoździa spełniającego oba warunki o wymiarach:

$$d = 3mm \text{ (średnica gwoździa)}$$

$$l_{gw} = 50mm \text{ (długość gwoździa)}$$

$$d_h = 6,8mm \text{ (średnica główki gwoździa)}$$

Gwoździe mają wytrzymałość na rozciąganie równą:

$$f_u = 600 \frac{N}{mm^2}$$

4. Sprawdzenie wymaganej długości zakotwienia

Zgodnie z punktem 8.3.1.2(1) EK5 długość zakotwienia wynosi minimum 8d.

W rozpatrywanym przypadku nasza długość zakotwienia (Rys. 8.8 EK5) jest równa:

$$t_{pen} = l_{gw} - t_1 = 50 - 18 = 32mm > 8d = 8 \cdot 3 = 24mm \text{ więc warunek jest spełniony}$$

5. Wytrzymałość na docisk do drewna

Zgodnie z 8.3.1.1(5) EK5 wytrzymałość ze względu na docisk do włókien dla gwoździ o średnicy nie większej niż 8mm, bez uprzednio nawierconych otworów można obliczać z wzoru (8.15, EK5):

$$f_{h,k,1} = 0,082 \cdot \rho_{k,1} \cdot d^{-0,3} = 0,082 \cdot 460 \cdot 3^{-0,3} = 36,39 \frac{N}{mm^2} \text{ (dla sklejki)} \quad (8.15, EK5)$$

$$f_{h,k,2} = 0,082 \cdot \rho_{k,2} \cdot d^{-0,3} = 0,082 \cdot 440 \cdot 3^{-0,3} = 25,95 \frac{N}{mm^2} \text{ (dla drewna litego)} \quad (8.15, EK5)$$

6. Moment charakterystyczny uplastycznienia gwoździ

Zgodnie z 8.3.1.1(4) EK5 moment uplastycznienia gwoździe należy określać z zależności (8.14, EK5):

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_u \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 600 \cdot 3^{2,6} = 3132Nmm \quad (8.14, EK5)$$

7. Nośność gwoździ na wyciąganie

Wytrzymałość charakterystyczna gwoździ na wyciąganie i przeciąganie zgodnie z 8.3.2(6) EK5 należy określać z wzorów (8.25, EK5) i (8.26, EK5). Dodatkowo należy uwzględnić głębokość zakotwienia zgodnie z 8.3.2(7) EK5 i pomnożyć wartość wzoru (8.25, EK5) przez współczynnik $(t_{pen}/4d-2)$ w przypadku głębokości zakotwienia między 8d a 12d. W przypadku głębokości zakotwienia przynajmniej 12d, nie mnożymy przez opisany współczynnik.

W naszym przypadku:

$$8d < t_{pen} < 12d$$

$$8 \cdot 3 < t_{pen} < 12 \cdot 3$$

$$24mm < t_{pen} = 32mm < 36mm$$

Więc należy pomnożyć przez współczynnik z zapisu 8.3.2(7) EK5:

$$f_{ax,k} = 20 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_{k,2}^2 \cdot \left(\frac{t_{pen}}{4d} - 2 \right) = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 440^2 \cdot \left(\frac{32}{4 \cdot 3} - 2 \right) = 2.581 \frac{N}{mm^2} \quad (8.25, EK5)$$

(należy zwrócić uwagę, że do tej nośności bierzemy gęstość elementu, w którym gwoździe jest zakotwiony)

Nośność na przeciąganie:

$$f_{head,k} = 70 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_{k,1}^2 = 70 \cdot 10^{-6} \cdot 460^2 = 14.812 \frac{N}{mm^2}$$

(należy zwrócić uwagę, że do powyższej nośności bierzemy gęstość sklejkę ze względu na to, że tam jest główka gwoźdźcia)

Zgodnie z 8.3.2(4) EK5, nośność charakterystyczna na wyciąganie gwoździ płaskich definiuje się, jako:

$$F_{ax,Rk} = \min \left\{ \begin{array}{l} f_{ax,k} \cdot d \cdot t_{pen} = 2,581 \cdot 3 \cdot 32 = 247,81N \\ f_{head,k} \cdot d_h^2 = 14,812 \cdot 6,8 = 684,91N \end{array} \right. = 247,81N \quad (8.23(a) \text{ i } (b), \text{ EK5})$$

8. Obliczenie nośności charakterystycznej gwoździ w połączeniu jednociełym

Zgodnie z 8.2.2(1) nośność charakterystyczna gwoździ w połączeniu jednociełym wynika z wzoru (8.6, EK5) i jest wartością minimalną z kilku wartości:

$$F_{v,Rk} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{f_{h,k,1} \cdot t_1 \cdot d}{1 + \beta} \cdot \left[\sqrt{\beta + 2\beta^2 \cdot \left[1 + \frac{t_2}{t_1} + \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2 \right] + \beta^3 \cdot \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2} - \beta \cdot \left(1 + \frac{t_2}{t_1} \right) \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \\ 1,05 \cdot \frac{f_{h,k,1} \cdot t_1 \cdot d}{2 + \beta} \cdot \left[\sqrt{2\beta \cdot (1 + \beta) + \frac{4 \cdot \beta \cdot (2 + \beta) \cdot M_{y,Rk}}{f_{h,k,1} \cdot d \cdot t_1^2}} - \beta \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \\ 1,05 \cdot \frac{f_{h,k,1} \cdot t_2 \cdot d}{1 + 2\beta} \cdot \left[\sqrt{2\beta^2 \cdot (1 + \beta) + \frac{4 \cdot \beta \cdot (1 + 2\beta) \cdot M_{y,Rk}}{f_{h,k,1} \cdot d \cdot t_2^2}} - \beta \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \\ 1,15 \cdot \sqrt{\frac{2\beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,k,1} \cdot d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \end{array} \right. \quad (8.6, \text{ EK5})$$

$$\beta = \frac{f_{h,k,2}}{f_{h,k,1}} = \frac{25,95}{36,93} = 0,71 \quad (8.8, \text{ EK5})$$

$$F_{v,Rk} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{36,39 \cdot 18 \cdot 3}{1 + 0,71} \cdot \left[\sqrt{0,71 + 2 \cdot 0,71^2 \cdot \left[1 + \frac{40}{18} + \left(\frac{40}{18} \right)^2 \right] + 0,71^3 \cdot \left(\frac{40}{18} \right)^2} - 0,71 \cdot \left(1 + \frac{40}{18} \right) \right] + \frac{247,81}{4} \\ 1,05 \cdot \frac{36,39 \cdot 18 \cdot 3}{2 + 0,71} \cdot \left[\sqrt{2 \cdot 0,71 \cdot (1 + 0,71) + \frac{4 \cdot 0,71 \cdot (2 + 0,71) \cdot 3132}{36,39 \cdot 3 \cdot 18^2}} - 0,71 \right] + \frac{247,81}{4} \\ 1,05 \cdot \frac{36,39 \cdot 40 \cdot 3}{1 + 2 \cdot 0,71} \cdot \left[\sqrt{2 \cdot 0,71^2 \cdot (1 + 0,71) + \frac{4 \cdot 0,71 \cdot (1 + 2 \cdot 0,71) \cdot 3132}{36,39 \cdot 3 \cdot 40^2}} - 0,71 \right] + \frac{247,81}{4} \\ 1,15 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0,71}{1 + 0,71}} \cdot \sqrt{2 \cdot 3132 \cdot 36,39 \cdot 3} + \frac{247,81}{4} \end{array} \right. \quad (8.6, \text{ EK5})$$

$$F_{v,Rk} = \min \begin{cases} 3114N \\ 965N \\ 1196N \\ 864,80N \\ 1296N \\ 929,64N \end{cases} = 864,80N \quad (8.6, EK5)$$

9. Obliczenie nośności obliczeniowej gwoździ w połączeniu jednociełym

$$F_{v,Rd} = k_{mod} \cdot \frac{F_{v,Rk}}{\gamma_{M,c}} = 0,8 \cdot \frac{864,80}{1,3} = 532,18N \quad (8.6, EK5)$$

10. Obliczenie minimalnych rozstawów gwoździe

Zgodnie z Tablicą 8.2 EK5, minimalne rozstawy gwoździ dla drewna można przyjąć (indeksy dolne oznaczają odpowiednie odległości przedstawione na Rys. 8.1, EK5):

$$a_1 = (7 + 8|\cos(\alpha)|) \cdot d = (7 + 8|\cos(0)|) \cdot 3 = 45mm$$

$$a_2 = 7d = 7 \cdot 3 = 21mm$$

$$a_{3,t} = (15 + 5\cos(\alpha)) \cdot d = (15 + 5\cos(0)) \cdot 3 = 60mm$$

$$a_{3,c} = 15d = 15 \cdot 3 = 45mm$$

$$a_{4,t} = (7 + 2\sin(\alpha)) \cdot d = (7 + 2\sin(0)) \cdot 3 = 21mm$$

$$a_{4,c} = 7d = 7 \cdot 3 = 21mm$$

Zgodnie z zapisami 8.3.1.3(1) EK5 dla złączy płyta-drewno możemy przyjąć rozstawy z Tablicy 8.2 pomnożone przez współczynnik redukcyjny 0,85. Należy jednak uwzględnić przy tym modyfikacje wartości $a_{3,t}$, $a_{4,t}$ oraz $a_{3,c}$, $a_{4,c}$ według 8.3.1.3(1) EK5.

$$a_{1,fin} = 0,85a_1 = 0,85 \cdot 45 = 38,25mm$$

$$a_{2,fin} = 0,85a_2 = 0,85 \cdot 21 = 17,85mm$$

$$a_{3,t,fin} = \max \begin{cases} (3 + 4\sin(\alpha_{sk})) \cdot d = (3 + 4\sin(45)) \cdot 3 \\ 0,85 \cdot a_{3,t} = 0,85 \cdot 60 \end{cases} = 51mm$$

$$a_{3,c,fin} = \max \begin{cases} 3d \\ 0,85 \cdot a_{3,c} \end{cases} = 38,25mm$$

$$a_{4,t,fin} = \max \begin{cases} (3 + 4\sin(\alpha_{sk})) \cdot d = (3 + 4\sin(45)) \cdot 3 \\ 0,85 \cdot a_{4,t} = 0,85 \cdot 21 \end{cases} = 17,85mm$$

$$a_{4,c,fin} = \max \begin{cases} 3d \\ 0,85 \cdot a_{4,c} \end{cases} = 17,85mm$$

$\alpha_{sk} = 45$ (zgodnie z 8.3.1.3 EK5 jest to kąt między siłą i bokiem (lub końcem) obciążonym)

11. Obliczenie finalnej nośności połączenia

Zgodnie z Rys. 1 przyjęto następujące liczby łączników dla elementów:

$$n_1 = 6 \quad (\text{dla słupka obciążonego siłą } N_1)$$

$$n_2 = 6 \quad (\text{dla krzyżulca obciążonego siłą } N_2)$$

$$n_3 = 12 \quad (\text{dla pasa dolnego obciążonego siłami } N_3 \text{ i } N_4)$$

Przyjęty rozstawy (Rys.1) są większe niż $14d$ ($14 \cdot 3 = 42mm$) i od odległości minimalnych określonych w punkcie 10 przykładu. Na tej podstawie zgodnie z Tablicą 8.1 EK5 pozwala przyjąć współczynnik $k_{ef}=1,0$. Efektywną liczbą łączników dla rozpatrywanej konstrukcji można obliczać wg wzoru (8.17, EK5).

$$n_{ef,1} = n_1^{k_{ef}} = 6^1 = 6 \quad (8.17, EK5)$$

Dla pozostałych przypadków efektywna liczba łączników obliczamy w sposób analogiczny:

$$n_{ef,2} = n_2^{k_{ef}} = 6^1 = 6 \quad (8.17, EK5)$$

$$n_{ef,3} = n_3^{k_{ef}} = 12^1 = 12$$

Nośność naszego połączenia musi spełniać warunek:

$$n_{ef} \cdot F_{v,Rd} \geq N_{Ed} \Rightarrow \frac{N_{Ed}}{n_{ef} \cdot F_{v,Rd}} \leq 1$$

Na tej podstawie sprawdzamy poszczególne elementy:

$$\frac{N_{Ed,1}}{n_{ef,1} \cdot F_{v,Rd}} = \frac{2100N}{6 \cdot 532,18N} = 0,66 < 1$$

$$\frac{N_{Ed,2}}{n_{ef,2} \cdot F_{v,Rd}} = \frac{2900N}{6 \cdot 532,18N} = 0,91 < 1$$

$$\frac{N_{Ed,3}}{n_{ef,3} \cdot F_{v,Rd}} = \frac{23000N - 18300N}{12 \cdot 532,18N} = 0,74 < 1$$

(dla pasa dolnego siła wypadkowa jest różnicą między siłami N_3 i N_4)

Warunki są spełnione

Referencje:

- [1] PN-EN 1995-1-1:2010. Eurokod 5. Projektowanie konstrukcji drewnianych. Część 1-1: Postanowienia ogólne. Reguły ogólne i reguły dotyczące budynków
- [2] Kotwica, E, I., Nożyński W., Konstrukcje drewniane – przykłady obliczeń, Stowarzyszenie Producentów Płyt Drewnopochodnych w Polsce, Szczecin, 2015.
- [3] Porteous J., Kermani A., *Structural Timber Design to Eurocode 5*, Blackwell Publishing Ltd, Oxford 2007
- [4] Handbook of Finish Plywood, UPM Plywood (<http://www.wisaplywood.com/>)